

Impacto de la Coherencia Atmosférica en Comunicaciones Ópticas en Espacio Libre

A. Jurado Navas, A. García Zambrana, A. Puerta Notario
Dpto. de Ingeniería de Comunicaciones, ETS de Ingeniería de Telecomunicación, Universidad de Málaga
Campus de Teatinos, 29071 Málaga
Telf: 952132851, Fax: 952132406
e-mail: {navas,agz,apn}@ic.uma.es

Resumen

Los sistemas de comunicaciones ópticas no guiadas en espacio libre (FSOC) se presentan hoy día como una importante solución alternativa a los sistemas de radiofrecuencia en el acceso de banda ancha. Sin embargo, la presencia de la turbulencia atmosférica degrada las prestaciones alcanzables en condiciones ideales por estos enlaces. Con el propósito de estudiar mejor este efecto, en esta comunicación se propone y se valida un modelo de canal atmosférico muy eficiente respecto a la complejidad computacional, donde tienen cabida tanto los efectos de la turbulencia ocasionados por las fluctuaciones en la irradiancia de la señal transmitida como también el impacto que la coherencia del canal atmosférico tiene en las prestaciones de los sistemas FSOC. Los resultados obtenidos corroboran una gran precisión y una significativa reducción de carga computacional respecto al modelo teórico de canal basado en el espectro de Kolmogorov, mostrando que la coherencia atmosférica puede ser un factor clave para entender en profundidad el comportamiento de los sistemas FSOC.

1. Introducción

Las comunicaciones ópticas no guiadas en espacio libre (FSOC) permiten el establecimiento de enlaces de visión directa (LOS) de alta capacidad susceptibles de ser utilizados en multitud de aplicaciones. Las elevadas tasas binarias que se pueden conseguir son una consecuencia directa del enorme ancho de banda disponible. Además, estos sistemas son prácticamente invulnerables a las interferencias, aspecto que no se produce en los sistemas homólogos de radiofrecuencia. Finalmente, su carácter inalámbrico les confiere un interés relevante como importante alternativa a los sistemas de radio en el acceso de alta capacidad en el segmento de la última milla. Su aplicación puede tener un gran interés tanto en zonas urbanas densamente pobladas como en zonas rurales donde la diseminación no justifique el despliegue de enlaces cableados.

Sin embargo, las prestaciones de este tipo de comunicaciones pueden verse seriamente afectadas por el desvanecimiento de la señal ocasionado por la turbulencia atmosférica. Ésta se ocasiona principalmente por microvariaciones de presión y temperatura que conllevarán a fluctuaciones locales del índice de refracción. Como consecuencia de este fenómeno, la señal que se propague sufrirá fluctuaciones en su intensidad y fase; en concreto, a las fluctuaciones que sufra en su irradiancia se las conoce como escintilación de la amplitud logarítmica, $\chi(t)$, a causa de su descripción estadística.

Estas fluctuaciones de la irradiancia de la señal serán más o menos rápidas de acuerdo con un parámetro denominado tiempo de correlación de la

turbulencia, τ_0 . Este τ_0 está directamente relacionado con la coherencia atmosférica, provocando que el tiempo en el que el haz de luz transmitido se ve afectado por un desvanecimiento pueda ser más o menos prolongado, lo que tendrá un efecto directo en las tasas de error de ráfaga.

Con el propósito de estudiar mejor este efecto, en esta comunicación se propone y se valida un modelo de canal atmosférico iniciado ya por los autores en [1]-[2], que se ha visto muy eficiente respecto a la complejidad computacional. En dicho modelo tienen cabida tanto los efectos de la turbulencia traducidos en fluctuaciones en la irradiancia de la señal transmitida, como también el impacto que la coherencia del canal atmosférico tiene en las prestaciones de los sistemas FSOC. Esta coherencia atmosférica puede ser entendida tanto desde un punto de vista espacial como toda región de la atmósfera en la que apenas se producen variaciones del índice de refracción; como desde un punto de vista temporal, donde se considera que es el intervalo de tiempo que debe transcurrir para que un mismo punto espacial del frente de onda transmitido empiece a mostrar una incorrelación en su fase.

De esta manera, se va a utilizar un sistema de señalización on-off keying (OOK) con pulsos gaussianos de reducido ciclo de trabajo (OOK-GS), cuyas prestaciones favorables ya han sido puestas de manifiesto en enlaces ópticos no guiados para ambiente interior [3]-[5] y exterior [1]-[2].

El estudio de la coherencia del canal, que afectará directamente sobre los estadísticos de segundo orden (curvas de error de ráfaga), resulta muy conveniente

para entender en profundidad las prestaciones de los sistemas FSOC, complementando a la información que se obtendría de las curvas de error de bit.

2. Comunicación Óptica a través de Atmósfera Turbulenta

2.1. Caracterización del Enlace Atmosférico

La turbulencia atmosférica puede ser descrita físicamente por la teoría de cascadas de energía propuesta por Kolmogorov [6]-[12]. La masa de aire turbulento está compuesta por un conjunto de torbellinos de diferentes tamaños. Aquellos torbellinos más grandes se hacen inestables debido a que el número de Reynolds imperante es muy elevado [11]. Como consecuencia, estos macrotorbellinos se descomponen de manera que su energía cinética se redistribuye a torbellinos cada vez más pequeños hasta que se termina disipando en calor por viscosidad. El tamaño de estos torbellinos está comprendido entre L_0 o macroescala de la turbulencia, y l_0 o microescala de la turbulencia. Se asume que cada uno de estos torbellinos es homogéneo, aunque con un índice de refracción diferente al de sus vecinos. Estas microvariaciones en el índice de refracción de la atmósfera son las que ocasionan las fluctuaciones en la irradiancia de la señal óptica transmitida, fenómeno conocido como escintilación atmosférica.

Se considerará que tanto la macroescala L_0 como la microescala l_0 de la turbulencia satisfacen las siguientes condiciones [13]:

$$L_0 \gg \sqrt{\lambda L}, \text{ y } l_0 \ll \sqrt{\lambda L}, \quad (1)$$

donde λ es la longitud de onda óptica y L es la distancia de propagación. En concreto, l_0 suele tener valores del orden de algún milímetro, mientras que L_0 alcanza fácilmente varias decenas de metros. De esta forma, se obtiene la más sencilla de las expresiones posibles para la denominada densidad espectral de potencia de la función de estructura de las fluctuaciones del índice de refracción, $\Phi_n(\kappa)$, dada por:

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033 C_n^2(z) \kappa^{-\frac{11}{3}}, \quad 0 < \kappa < \infty; \quad (2)$$

que suele denominarse también como espectro de Kolmogorov [6]. Esta función representa el espectro de las variaciones del índice de refracción atmosférico en el dominio de la frecuencia espacial, κ . En ella, C_n^2 es el parámetro de estructura de las fluctuaciones del índice de refracción variante con la altura, cuyo valor suele oscilar entre 10^{-17} y $10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ [9]. Este parámetro indica una medida de la fortaleza de la turbulencia y en conjunción con la condición dada en (1), conlleva que las longitudes de vano a considerar, dentro de un régimen de turbulencia débil como el que se considera en esta comunicación, puedan ser del orden de centenares de metros e incluso algún kilómetro, pudiéndose emplear mayores longitudes de vano cuanto menor

sea el parámetro C_n^2 , tal y como puede verse en [6]. Aplicando la aproximación de Rytov [12], el campo eléctrico de la onda óptica, E , puede ser expresado como

$$E(r, L) = \exp(\psi(r, L)) = \exp(\chi(r, L) + jS(r, L)), \quad (3)$$

donde χ es la perturbación logarítmica de amplitud de la onda óptica y S es la perturbación de fase. Si se asume que durante toda la trayectoria de propagación dentro del enlace de visión directa, la señal transmitida atraviesa un elevado número de elementos atmosféricos, el campo recibido podrá ser visto como el resultado de un gran número de efectos multiplicativos [14]. De esta manera, es inmediato obtener que la distribución marginal de la amplitud logarítmica responde a una naturaleza Gaussiana en virtud de la aplicación del teorema del límite central a ψ [6]-[7], de media $E[\chi]$ y varianza σ_χ^2 . Por tanto, y según [15], la amplitud logarítmica, χ , de una onda óptica se relaciona con la irradiancia, I , del campo a través de la expresión

$$I = I_0 \exp(2\chi - 2E[\chi]), \quad (4)$$

donde I_0 es la irradiancia de la señal en ausencia de escintilación. Consecuentemente, la función densidad de probabilidad (PDF) de la irradiancia responde a una naturaleza lognormal de la forma

$$f_I(I) = \frac{1}{2I} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\chi^2}} \exp\left(-\frac{(\ln I - \ln I_0)^2}{8\sigma_\chi^2}\right), \quad (5)$$

característica de los regímenes de turbulencia débil [15], definiéndose la varianza normalizada de las fluctuaciones de la irradiancia como $\sigma_I^2 = \exp(4\sigma_\chi^2) - 1$.

De la ecuación (4), se deduce que las fluctuaciones de irradiancia originadas por las variaciones del índice de refracción atmosférico siguen una naturaleza log-normal. Para un sistema basado en un esquema de modulación en intensidad y detección directa (IM/DD), la potencia óptica recibida $Y(t)$ puede ser expresada como:

$$Y(t) = \alpha_{sc}(t)P_r(t) + N(t), \quad (6)$$

siendo $P_r(t)$ la potencia óptica recibida en ausencia de escintilación mientras que $\alpha_{sc}(t) = \exp(2\chi(t) - 2E[\chi])$ representa a la secuencia de coeficientes de escintilación, es decir, la secuencia temporal de coeficientes que simularán las fluctuaciones que sufra la irradiancia de la señal óptica transmitida. Por último, $N(t)$ hace referencia al ruido blanco Gaussiano de naturaleza aditiva cuya componente principal será el ruido shot de alta intensidad procedente de la luz ambiental.

De forma más detallada, se presenta en la Fig. 1 la generación de los coeficientes $\alpha_{sc}(t)$. Aprovechando la naturaleza Gaussiana de la perturbación de la log-amplitud, $\chi(t)$, se ha implementado un esquema análogo al propuesto en [16] basado en el filtrado

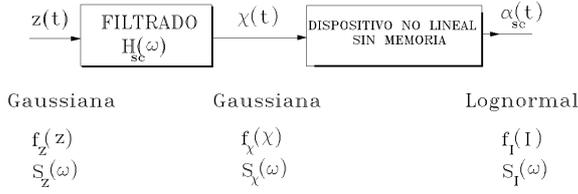


Fig. 1. Diagrama de bloques de la técnica propuesta por Gujar y Kavanagh [16] aplicada para la generación de los coeficientes de escintilación.

paso bajo de una señal aleatoria Gaussiana, $z(t)$, manteniendo la filosofía del método de Clarke [17], y en el que se incluirá el impacto de la coherencia del canal atmosférico sobre la señal que se propaga.

Bajo la hipótesis de un régimen de turbulencia débil ($\sigma_\chi^2 \ll 1$), la función covarianza normalizada de la irradiancia, $b_I(\rho)$, coincide con la función covarianza normalizada de las fluctuaciones de la amplitud logarítmica, $b_\chi(\rho)$ siempre que se mantenga que $\sigma_\chi^2 < 0.64$ o bien que σ_I^2 sea menor de 2.5 [12]; de esta manera, sus respectivas funciones covarianza cumplirán que $B_I(\rho) \approx 4B_\chi(\rho)$ para las mismas condiciones de turbulencia, donde ρ denota la distancia de separación entre dos puntos del frente de onda. Teniendo esto en cuenta, es fácil deducir que la densidad espectral de potencia de la irradiancia y la de la fluctuación de la amplitud logarítmica coincidirán en forma, por lo que se justifica que la etapa de filtrado empleada en Fig. 1 sea la correspondiente a la de las fluctuaciones de la amplitud logarítmica.

De esta manera, la señal resultante a la salida del filtro, $\chi(t)$, sigue manteniendo una distribución Gaussiana pero con la forma deseada para su densidad espectral de potencia, impuesta por el filtro $H_{sc}(f)$. $\chi(t)$ es la perturbación de la amplitud logarítmica de la señal óptica transmitida que, a continuación, atraviesa un dispositivo no lineal sin memoria que convierte su PDF de Gaussiana a lognormal, característica de las fluctuaciones de intensidad en regímenes de turbulencia débil. La transformación empleada, propuesta en [16], responde a la expresión

$$f_\chi\left(\chi - \frac{\delta\chi}{2}\right)|\delta\chi| = f_{\alpha_{sc}}\left(\alpha_{sc} - \frac{\delta\alpha_{sc}}{2}\right)|\delta\alpha_{sc}|, \quad (7)$$

donde $f_\chi(\chi)$ es la PDF de naturaleza Gaussiana de $\chi(t)$, mientras que $f_{\alpha_{sc}}(\alpha_{sc})$ hace referencia a la PDF de naturaleza lognormal correspondiente a los coeficientes de escintilación. Consecuentemente, para cualquier punto (χ, α) de la transformación, la probabilidad de que $\chi(t)$ esté dentro del intervalo $(\chi - \delta\chi)$ es igual a la probabilidad de que $\alpha(t)$ esté dentro del intervalo $(\alpha - \delta\alpha)$. $\delta\chi$ y $\delta\alpha$ son pequeños incrementos alrededor de los puntos de estudio en cada momento.

2.2. Aproximación Propuesta

Con el fin de obtener la expresión del filtro $H_{sc}(f)$

incluido en la Fig. 1, se hace necesario calcular la función de covarianza $B_\chi(\rho)$. Para regímenes de turbulencia débil, se propuso en [6] la expresión

$$B_\chi(\rho, L) = 3.87\sigma_\chi^2 \text{Re} \left[j^{5/6} {}_1F_1\left(-\frac{5}{6}; 1; \frac{jk\rho^2}{2L}\right) - 0.60\left(\frac{k\rho^2}{L}\right)^{5/6} \right], \quad (8)$$

para el caso de una onda plana, donde k es el número de onda, L es la distancia de propagación y σ_χ^2 es la varianza de la log-amplitud. ${}_1F_1(\cdot)$ es la función hipergeométrica confluyente [18] y $j = \sqrt{-1}$.

Sin embargo, la expresión anterior tiene una gran complejidad numérica que se hace más patente cuando se intenta obtener de ella la función densidad espectral de potencia. Por ello, en esta comunicación se propone una aproximación que reduce notablemente la carga computacional. Así, supóngase que las distancias de separación en (8) son pequeñas, de manera que se cumple que $l_0 \ll \rho \ll \sqrt{L/k}$. Además, considérese la siguiente aproximación para la función hipergeométrica de Kummer:

$${}_1F_1(a; b; -v) \approx 1 - \frac{av}{b}, \quad |v| \ll 1. \quad (9)$$

Al sustituir todas estas hipótesis en (8), la función de covarianza de $\chi(t)$ se reduce a:

$$B_\chi(\rho, L) \approx 3.87\sigma_\chi^2 \left[0.2588 + 0.8114z - 0.60(2z)^{5/6} \right], \quad (10)$$

donde $z = \frac{k\rho^2}{2L}$. Por tanto, $z = \frac{2\pi\rho^2}{2\lambda L} = \pi z'$, siendo $z' = \frac{\rho^2}{\lambda L}$. Con estas expresiones, la función de covarianza (10) se ve transformada en

$$B_\chi(\rho, L) \approx 3.87\sigma_\chi^2 \left[0.2588 + 2.5491z' - 2.7752(z')^{5/6} \right]. \quad (11)$$

Sabiendo que $(z')^{5/6} \approx 0.04 + z'$ para $z' \in (0, 1)$, es posible operar de manera que al final se obtiene una expresión del tipo:

$$B_\chi(\rho, L) \approx \sigma_\chi^2 \left[1 - 1.0334z' \right]. \quad (12)$$

No obstante, la teoría que se ha ido desarrollando hasta llegar a (12) ha descrito la turbulencia óptica en términos de estadísticos espaciales. Sin embargo, son los estadísticos temporales los que se suelen medir en la mayoría de las aplicaciones. Afortunadamente, se puede realizar una conversión espacio-tiempo en los estadísticos sin más que admitir la hipótesis de Taylor de la "turbulencia congelada" [12]. Bajo tal hipótesis, se desprecian los desplazamientos relativos entre los diferentes torbellinos que componen la atmósfera turbulenta; así, sólo es necesario considerar el movimiento conjunto de todos los torbellinos a lo largo de cualquier dirección impuesta por la fuerza del viento. Si se asume la propagación de un haz de

luz estrecho, las fluctuaciones del índice de refracción en la dirección de propagación serán promediadas y, por consiguiente, su efecto será mucho más débil que aquéllas que se produzcan en el sentido transversal a la dirección de propagación. Por tanto, sólo es necesario tener en cuenta la componente de la velocidad del viento en el sentido perpendicular a la dirección de propagación, u_{\perp} . Así pues, la hipótesis de Taylor puede expresarse como

$$\chi(r, t + \tau) = \chi(r - u_{\perp}\tau, t), \quad (13)$$

tal y como aparece en [12]. De tal forma que la función covarianza puede escribirse como:

$$B_{\chi}(\rho) = B_{\chi}(u_{\perp}\tau), \quad (14)$$

donde ρ indica la distancia de separación entre dos puntos del frente de onda y $B_{\chi}(\rho)$ es la función de covarianza espacial de las fluctuaciones de irradiancia. Si se asume la condición $l_0 \ll \rho \ll \sqrt{L/k}$, que también es válida si se expresa como $l_0 \ll \rho \ll \sqrt{\lambda L}$; y sabiendo que $\rho = u_{\perp}\tau$ tal y como fue mostrado en (14), es posible ajustar (12) a:

$$B_{\chi}(u_{\perp}\tau) \approx \sigma_{\chi}^2 \exp\left(-\frac{\tau^2}{\tau_0^2}\right), \quad l_0 \ll \rho \ll \sqrt{\lambda L}, \quad (15)$$

siendo τ_0 el tiempo de correlación de la turbulencia expresado como:

$$\tau_0 = \frac{\sqrt{\lambda L}}{u_{\perp}}, \quad (16)$$

donde u_{\perp} es la componente del vector velocidad del viento perpendicular a la dirección de propagación, mientras que L satisface la condición $l_0 < \sqrt{\lambda L} < L_0$. Así, basándonos en (15), y asumiendo que $E[\chi] = 0$, es posible considerar un modelo estadístico de segundo orden Gaussiano para la función de autocorrelación, $R_{sc}(\tau)$, dado por:

$$R_{sc}(\tau) = E[\chi(t)\chi^*(t-\tau)] = \sigma_{\chi}^2 \exp\left[-\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2\right], \quad (17)$$

por lo que, en virtud del teorema de Wiener-Khintchine, es posible obtener la densidad espectral de potencia de $\chi(t)$ como:

$$\begin{aligned} |H_{sc}(f)|^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{sc}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \\ &= \sigma_{\chi}^2 \tau_0 \sqrt{\pi} e^{-(\pi\tau_0 f)^2}. \end{aligned} \quad (18)$$

De la ecuación anterior, se obtiene la expresión del filtro, $H_{sc}(f)$, para la primera etapa de Fig. 1.

3. Validación Analítica

El modelo heurístico que ha sido desarrollado en el punto anterior será corroborado ahora de manera teórica mediante el cálculo de tres parámetros característicos de estos sistemas FSOC: el tiempo de correlación de la turbulencia, τ_0 , el desplazamiento

Doppler promedio, $B_{\mu\mu}^{(1)}$, y el esparcimiento Doppler, que en comunicaciones ópticas atmosféricas suele aparecer bajo el término de quasifrecuencia, ν_0 [19].

El parámetro τ_0 mide básicamente el tiempo en el que las condiciones del canal se mantienen prácticamente invariantes. A partir de su definición, dada en [20], es posible obtener el mismo resultado que el que se ha expuesto en (16) sin más que realizar una pequeña modificación al modelo de canal turbulento que se propone en (17). Dicho modelo modificado, cuya expresión se deducirá en la siguiente sección, será el que posteriormente sea validado desde el punto de vista analítico con los dos parámetros restantes (desplazamiento Doppler promedio y quasifrecuencia), así como desde el punto de vista numérico.

Así, el desplazamiento Doppler promedio describe el desplazamiento frecuencial en promedio que una señal portadora sufre durante la transmisión. Se define como el primer momento de la densidad espectral de potencia, $S(f)$, de dicha señal. De su análisis se observa como una portadora que atraviesa un canal modelado por el espectro teórico de Kolmogorov derivado de la expresión (8) sufre el mismo desplazamiento frecuencial que si atravesase un canal regido por la aproximación Gaussiana que se propone en esta comunicación. Por tanto, el comportamiento de ambos canales frente a este parámetro es idéntico.

Por último, la quasifrecuencia, ν_0 , es el parámetro que describe el esparcimiento frecuencial promedio que una señal portadora experimenta durante su propagación. De su cálculo analítico se obtiene que la señal cuya propagación se simule a través de ambos modelos sufrirá un mismo ensanchamiento frecuencial, por lo que nuevamente se observa el mismo comportamiento del modelo de canal que se propone respecto al modelo teórico. El desarrollo analítico que sustenta todo esto se detalla a continuación.

4. Desarrollo Analítico

4.1. Tiempo de Correlación de la Turbulencia

De acuerdo a la definición del tiempo de correlación dada en [20],

$$\tau_0 = \frac{1}{B_{\chi}(0)} \int_{-\infty}^{\infty} B_{\chi}(\tau) d\tau, \quad (19)$$

donde $B_{\chi}(\tau)$ fue escrito en (15). Operando, se obtiene que:

$$\tau_0 = \frac{1}{\sigma_{\chi}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{\chi}^2 e^{-(\tau/\tau_0)^2} d\tau = \frac{\sqrt{\lambda L}}{u_{\perp}} \sqrt{\pi}. \quad (20)$$

En este caso, se puede ver como el tiempo de correlación obtenido de la ecuación anterior es análogo al mostrado en (16), que es el que se utiliza

ampliamente en la bibliografía, excepto que en (20) aparece un factor $\sqrt{\pi}$. Si se modifica adecuadamente la expresión (15), es posible obtener de ella la expresión dada en (16). Para obtener tal resultado, la función de covarianza de $\chi(t)$ debe ser escrita como

$$B_\chi(\tau) = \sigma_\chi^2 \exp\left[-\pi\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2\right]. \quad (21)$$

Por consiguiente, el espectro derivado de (21) responderá a la expresión:

$$|H_{sc}(f)|^2 = \sigma_\chi^2 \tau_0 e^{-(\sqrt{\pi}\tau_0 f)^2}. \quad (22)$$

Las ecuaciones (21) y (22) serán las que se utilicen en las siguientes subsecciones para obtener tanto $B_{\mu\mu}^{(1)}$ como ν_0 .

4.2. Desplazamiento Doppler Promedio

En la sección anterior ya se presentó el desplazamiento Doppler promedio como el parámetro que describe el desplazamiento frecuencial en promedio que una señal portadora sufre durante la transmisión. Se define como el primer momento de la densidad espectral de potencia, $S(f)$, de dicha señal. En el caso de un esquema IM/DD, la magnitud a estudiar sería la irradiancia, I , o bien la perturbación logarítmica de amplitud, χ , ya que ambas están relacionadas mediante la expresión $S_I(f) \approx 4S_\chi(f)$. Por tanto, de acuerdo con [21], el desplazamiento Doppler promedio puede calcularse como:

$$B_{\mu\mu}^{(1)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f S_\chi(f) df}{\int_{-\infty}^{\infty} S_\chi(f) df}. \quad (23)$$

1) *Espectro Gaussiano Propuesto*: Para el espectro Gaussiano que se propone en esta comunicación (22), se cumplen las siguientes relaciones:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f S_\chi(f) df = 0, \quad (24a)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} S_\chi(f) df = \sigma_\chi^2 \left(\frac{1 - 2Q(\sqrt{2\pi}\tau_0 f)}{2} \right) \Big|_{-\infty}^{\infty} = \sigma_\chi^2, \quad (24b)$$

donde $Q(\cdot)$ es la función de error Q definida como:

$$Q(a) \triangleq \int_{-a}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \quad (25)$$

Insertando (24a) y (24b) en (23) se obtiene finalmente que $B_{\mu\mu}^{(1)} = 0$.

2) *Espectro Teórico de Kolmogorov*: El espectro teórico de Kolmogorov tiene la expresión:

$$S_\chi(\omega) = 4 \int_0^{\infty} B_\chi(u_\perp \tau) \cos \omega \tau d\tau, \quad (26)$$

donde, en este caso, $B_\chi(\tau)$ viene dado por la ecuación (8). Debido a la complejidad que entraña la

resolución de (26), es posible resolver $B_{\mu\mu}^{(1)}$ a partir del cálculo de la función covarianza. De esta manera, se obtiene una expresión equivalente a (23) que en esta ocasión hace mucho más sencilla su resolución. Según se ve en [21], esta expresión viene dada por:

$$B_{\mu\mu}^{(1)} = \frac{1}{j2\pi} \cdot \frac{d}{d\tau} (B_\chi(0)) \cdot \frac{1}{B_\chi(0)}. \quad (27)$$

En este caso, es fácil comprobar que $B_\chi(0) = 3.87\sigma_\chi^2 \text{Re}[j^{5/6}] = \sigma_\chi^2$. Con el fin de obtener $\frac{d}{d\tau} (B_\chi(0))$, se hará uso de la siguiente propiedad asociada a las funciones hipergeométricas y que aparece recogida en [22]:

$$\frac{d^k}{dz^k} ({}_1F_1(a; c; z)) = \frac{(a)_k}{(c)_k} {}_1F_1(a+k; c+k; z), \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (28)$$

donde $(a)_k$ es el símbolo de Pochhammer definido como

$$(a)_0 = 1 \\ (a)_k = (a)(a+1)\dots(a+k-1), \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (29)$$

En nuestro caso, puesto que se desea obtener $\frac{d}{d\tau} (B_\chi(0))$, el parámetro k tendrá un valor $k = 1$ tanto en (28) como en (29). Si $\rho = u_\perp \tau$ y $z = \frac{jk(u_\perp \tau)^2}{2L}$ y aplicando la regla de la cadena, que en la notación de Leibniz es expresada como:

$$\frac{d}{d\tau} (B_\chi(\tau)) \Big|_{\tau=0} = \frac{dB_\chi(\tau)}{dz} \frac{dz}{d\tau} \Big|_{\tau=0}, \quad (30)$$

entonces

$$\frac{d}{dz} (B_\chi(\tau)) = 3.87\sigma_\chi^2 \text{Re} \left[j^{\frac{5}{6}} \left(-\frac{5}{6} \right) {}_1F_1 \left(\frac{1}{6}; 2; z \right) - \frac{1}{j} \left(\frac{2z}{j} \right)^{-\frac{1}{6}} \right]. \quad (31)$$

Así, la evaluación en $\tau = 0$ de la expresión anterior da como resultado que $\frac{d}{d\tau} (B_\chi(0)) = 0$ y, por consiguiente, nuevamente se tiene que $B_{\mu\mu}^{(1)} = 0$, al igual que ocurría en el caso anterior para la aproximación Gaussiana que se propone en esta comunicación.

4.3. Quasifrecuencia

La quasifrecuencia [19], parámetro conocido como esparcimiento Doppler en las aplicaciones RF, describe el esparcimiento frecuencial promedio que una señal portadora experimenta durante su propagación, tal y como se dijo en la sección 3. Según [19], [21], se define como:

$$\nu_0 = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (f - B_{\mu\mu}^{(1)})^2 S_\chi(f) df}{\int_{-\infty}^{\infty} S_\chi(f) df}}. \quad (32)$$

A menudo, se suele utilizar una expresión equivalente a (32) que, al igual que en el caso anterior del desplazamiento Doppler, surge a partir de la función covarianza [21], es decir:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{d}{d\tau} \left(\frac{B_\chi(0)}{B_\chi(0)}\right)\right)^2 - \frac{d^2}{d\tau^2} \left(\frac{B_\chi(0)}{B_\chi(0)}\right)}. \quad (33)$$

1) *Espectro Gaussiano Propuesto*: Para el espectro Gaussiano propuesto en esta comunicación, se obtienen los siguientes cálculos:

$$B_\chi(\tau) \Big|_{\tau=0} = \sigma_\chi^2; \quad (34a)$$

$$\frac{dB_\chi(\tau)}{d\tau} \Big|_{\tau=0} = 0; \quad (34b)$$

$$\frac{d^2 B_\chi(\tau)}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0} = -\frac{2\pi\sigma_\chi^2}{\tau_0^2}. \quad (34c)$$

Insertando (34a), (34b) y (34c) en (33), se obtiene finalmente que

$$\nu_0 = \frac{1}{\tau_0 \sqrt{(2\pi)}}. \quad (35)$$

2) *Espectro Teórico de Kolmogorov*: En este caso, se parte de la expresión de $B_\chi(\tau)$ dada en (8). Haciendo uso del análisis desarrollado en la Sección 4.2, se obtiene nuevamente que $B_\chi(0) = \sigma_\chi^2$ y que $\frac{d}{d\tau} (B_\chi(0)) = 0$. Con la finalidad de obtener ν_0 dado en (33), es necesario calcular $\frac{d^2}{d\tau^2} (B_\chi(0))$. La aplicación de la regla de la cadena a (30) nos conduce a:

$$B''(\tau) = -1.29\sigma_\chi^2 \operatorname{Re} \left[\frac{5}{24} j^{\frac{5}{6}} {}_1F_1 \left(\frac{7}{6}; 3; z \right) + \left(\frac{j}{2z} \right)^{\frac{7}{6}} \right] \quad (36)$$

donde $B''(\tau) = \frac{d^2}{d\tau^2} (B_\chi(\tau))$ y $z = \frac{jk(u_\perp \tau)^2}{2L}$. Lamentablemente, a la vista de (36), se aprecia que la función $B_\chi(\tau)$ no tiene derivada segunda en el origen. Para solventar este problema se hará uso de la expresión que Ishimaru estimó en [8] para el esparcimiento frecuencial, f_c , válida para una onda plana propagándose a través de un enlace horizontal:

$$f_c = \frac{u_\perp}{2\pi(1.46C_n^2 k^2 L)^{-\frac{3}{5}}}, \quad (37)$$

donde u_\perp es la componente perpendicular a la dirección de propagación de la velocidad del viento, C_n^2 es el parámetro de estructura de las fluctuaciones del índice de refracción, $k = 2\pi/\lambda$ es el número de onda y L es la distancia de propagación. Si se definen las magnitudes *radio de coherencia espacial para una onda plana*, ρ_{pl} , y *longitud de coherencia atmosférica*, r_0 respectivamente como

$$\rho_{pl} = (1.46C_n^2 k^2 L)^{-\frac{3}{5}}, \quad l_0 \ll \rho_{pl} \ll L_0; \quad (38a)$$

$$r_0 = 2.1\rho_{pl}; \quad (38b)$$

tal y como aparecen en [6], entonces, sustituyendo (38a) y (38b) en (37), se llega a que el esparcimiento frecuencial puede expresarse como:

$$f_c = 2.1 \frac{u_\perp}{2\pi r_0}. \quad (39)$$

Sabiendo que la longitud de coherencia atmosférica se define como $r_0 = \sqrt{\lambda L}$, tal y como se muestra en [15], y utilizando (16), entonces (39) quedará expresada como:

$$f_c = \frac{2.1}{2\pi\tau_0}, \quad (40)$$

un resultado que es muy parecido a la expresión obtenida en (35) correspondiente al esparcimiento en frecuencia calculado a partir de la aproximación por espectro Gaussiano tratada en esta comunicación. Así pues, la aproximación propuesta en (21) parece adaptarse muy bien a los tres parámetros aquí estudiados. En la siguiente sección, se realizará una validación numérica que permitirá corroborar la precisión del modelo Gaussiano que se ha propuesto.

5. Validación Numérica

En esta sección se realizará una comparativa entre las prestaciones ofrecidas por el modelo espectral de Kolmogorov frente al modelo Gaussiano más sencillo que se ha presentado a lo largo de esta comunicación. Para ello, se asumirá el siguiente entorno de simulación: enlaces IM/DD operando a una tasa de 100 Mbps sobre un enlace horizontal de 250 metros. El hecho de que el tipo de enlace sea horizontal simplificará los resultados ya que la varianza de escintilación podrá asumirse como una constante en todo el trayecto. El tipo de pulso a transmitir tendrá una forma Gaussiana y de reducido ciclo de trabajo (25%), acompañados de un esquema de señalización OOK, en el que la longitud de onda del láser será establecida a 830 nm, aprovechando un mínimo de atenuación atmosférica. Se asumirá, como se ha venido haciendo hasta ahora, un frente de onda plano. En cuanto al receptor, tendrá incorporado un esquema de detección por umbrales.

Todas las características que se han comentado anteriormente son incluidas en el modelo de sistema que se muestra en la Fig. 2. Los principales bloques que componen dicha figura son los siguientes: de un lado, el modelo de canal óptico atmosférico, correspondiente al esquema multiplicativo presentado. Junto a él, se ha incluido una etapa de filtrado de Bessel de tres polos y naturaleza paso alto con una frecuencia de corte -1 dB de 500 kHz, que mitigará el efecto de las posibles señales de iluminación interferentes. Esta etapa de filtrado se acompaña de otra, también de Bessel, de cinco polos y naturaleza paso bajo, que hace la función de filtro adaptado.

Los resultados obtenidos se muestran en la Fig. 3, donde se aprecian las diferencias en comportamiento

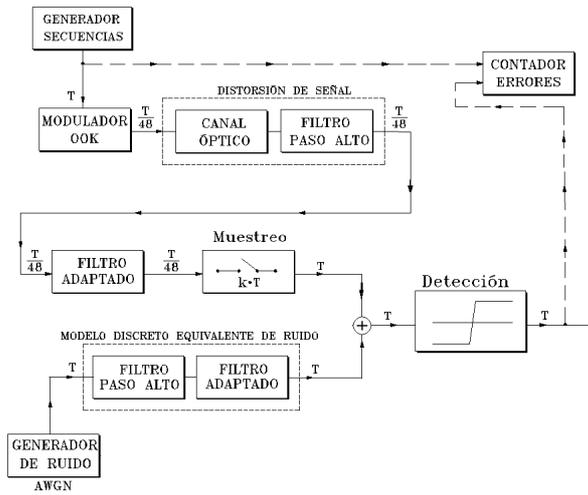


Fig. 2. Escenario de simulación FSOC considerado.

que se obtienen de considerar un entorno más realista teniendo en cuenta el impacto de la coherencia atmosférica ($u_{\perp} = 8$ m/s) respecto de no tener en cuenta dicha coherencia en las simulaciones. Los resultados han sido mostrados en función de las ráfagas de bits que se reciben de forma errónea. En concreto, las longitudes de ráfagas de bit consideradas han sido fijadas a 128, 192 y 256 bits. Por otra parte, se ha adoptado la definición de Deutsch and Miller's [23] para denotar a una ráfaga errónea: así, una ráfaga errónea es cualquier secuencia de bits (128, 192 o 256 en nuestro caso), que no consigue tener al menos $L_b - 1$ bits consecutivos correctos, donde $L_b = 4$ en nuestro caso. Los valores del parámetro de estructura de la turbulencia, C_n^2 , se han fijado a 1.23×10^{-14} y $1.23 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ correspondientes a una varianza de escintilación para onda plana de valor $\sigma_{\chi}^2 = 0.01$ y 0.1 respectivamente. Finalmente, se considera que la dirección del viento es enteramente transversal a la dirección de propagación, por lo que u_{\perp} coincidirá con la magnitud total de la velocidad del viento.

A la vista de tal figura (Fig. 3), se observa una gran fidelidad entre las curvas obtenidas a partir del modelo teórico y las trazadas partiendo de la aproximación Gaussiana propuesta, lo que constata nuevamente la validez de la aproximación. En otro orden de cosas, se puede apreciar la vulnerabilidad mostrada por los sistemas FSOC con respecto a la coherencia del canal, especialmente si se incrementa la varianza de la log-amplitud de la escintilación, σ_{χ}^2 . Así, por ejemplo, si comparamos las curvas resultantes de haber incluido el efecto de la coherencia del canal respecto a las curvas que se obtendrían en caso ideal en el que se ha obviado esa coherencia, se puede apreciar como existe ellas una distancia de separación de 0.8 y 5.9 dB de potencia óptica respectivamente para para el punto en que cruzan por el valor 10^{-5} de tasa de error de ráfaga y para $\sigma_{\chi}^2 = 0.01$ y 0.1 respectivamente, asumiendo una longitud de ráfaga de 256 bits. En este sentido, la consideración de la coherencia atmosférica se revela

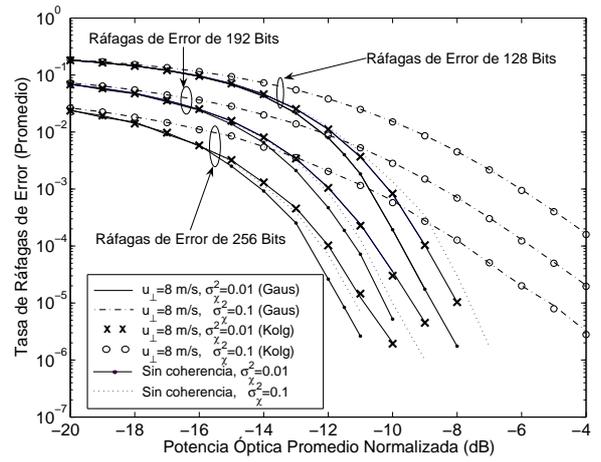


Fig. 3. Tasa de ráfagas de error en relación a la potencia óptica promedio normalizada para formatos OOK, donde las varianzas de la escintilación logarítmica oscilan entre $\sigma_{\chi}^2 = 0.01$ y 0.1 y $u_{\perp} = 8$ m/s y $u_{\perp} = \infty$ (no coherencia) tanto para el modelo teórico de espectro de Kolmogorov como para el propuesto en esta comunicación.

como un factor clave para evaluar de un modo más fidedigno las prestaciones de estos sistemas FSOC a fin de obtener una información más detallada sobre el diseño de un enlace óptico atmosférico concreto.

6. Conclusiones

Se ha realizado un estudio del fenómeno físico de la turbulencia atmosférica y cómo ésta degrada los sistemas de comunicaciones ópticas no guiadas. Partiendo de las ideas propuestas en [6]-[12], se ha completado el modelo de canal iniciado en [1]-[2] que permita simular el efecto producido por la atmósfera en las señales ópticas transmitidas para regímenes de turbulencia débil. Así, no sólo se ha considerado el efecto negativo asociado a las fluctuaciones de la irradiancia que sufre el haz de luz que se propaga, sino que también se ha tenido en cuenta el efecto adverso inducido por la coherencia del propio canal.

Como conclusiones más relevantes de este trabajo pueden extraerse dos principales: en primer lugar, la gran precisión ofrecida por la aproximación propuesta en (21), una precisión que ha sido corroborada tanto desde el punto de vista analítico como desde un enfoque numérico, y que además viene acompañada de la subsecuente relajación de carga computacional respecto al modelo teórico de Kolmogorov que rige el comportamiento del canal atmosférico; y en segundo lugar, la necesidad de incluir la consideración de la coherencia del canal, cuya influencia puede ser fundamental para evaluar con mayor precisión las prestaciones ofrecidas por un enlace FSOC.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido íntegramente financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia bajo el proyecto TIC2003-05012.

REFERENCIAS

- [1] A. Jurado Navas, A. García Zambrana and A. Puerta Notario, *Esquemas de Tasa Adaptativa en Sistemas de Comunicaciones Ópticas Atmosféricas*, XV Jornadas Telecom I+D 2005, Madrid, 23 - 25 Noviembre 2005.
- [2] A. Jurado Navas, A. García Zambrana and A. Puerta Notario, *Wind Influence on Rate-Adaptive Transmission Techniques in Free Space Optical Communications*, in Proc. IEEE Int. Conference on Communication 2006 (ICC 2006), Istanbul, Turkey, 11-15 Jun. 2006.
- [3] A. García-Zambrana and A. Puerta-Notario, *RZ-Gaussian Pulse Reduce the Receiver Complexity in Wireless Infrared Links at High Bit Rates*, IEEE Elect. Letters, vol 35, no. 13, pp. 1059 – 1061, 1999.
- [4] A. García-Zambrana and A. Puerta-Notario, *Large Change Rate-adaptive Indoor Wireless Infrared Links Using Variable Silence Periods*, IEEE Elect. Letters, vol 37, no. 23, pp. 1409 – 1411, 2001.
- [5] A. García-Zambrana and A. Puerta-Notario, *Novel Approach for Increasing the Peak-to-Average Optical Power Ratio in Rate-Adaptive Optical Wireless Communication Systems*, IEE Proc. Optoelectron.: Special Issue on Optical Wireless Communications, vol 150, no. 5, pp. 439 – 444, 2003.
- [6] L. C. Andrews, R. L. Phillips, C. Y. Hopen, *Laser Beam Scintillation with Applications*, Bellingham, MA:SPIE Optical Engineering Press, Bellingham, Washington, 2001.
- [7] L. C. Andrews and R. L. Phillips, *Laser Beam Propagation Through Random Media*, Bellingham, MA:SPIE Optical Engineering Press, Bellingham, Washington, 1998.
- [8] A. Ishimaru, *Wave Propagation and Scattering in Random Media*, Academic Press, Inc. Vol. 1-2, 1978.
- [9] E. Brookner, *Atmosphere Propagation and Communication Channel Model for Laser Wavelengths*, IEEE Trans. on Communication Technology, vol. 18, no. 4, pp. 396 – 416, 1970.
- [10] L. C. Andrews, R. L. Phillips, C. Y. Hopen, *Aperture averaging of optical scintillations: power fluctuations and the temporal spectrum*, Waves in Random Media, vol. 10, no. 1, pp. 53 – 70, Jan. 2000.
- [11] U. Frisch, *Turbulence. The legacy of A.N. Kolmogorov*, Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- [12] V. I. Tatarskii, *The effects of the turbulent atmosphere on wave propagation*, Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, 1971.
- [13] A. Ishimaru, *Temporal Frequency Spectra of Multifrequency Waves in Turbulent Atmosphere*, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. 20, no. 1, pp. 10 – 19, Jan. 1972.
- [14] J.W. Strohbehn, *Line-of-Sight Wave Propagation through the Turbulent Atmosphere* Proc. of the IEEE, vol. 56, no. 8, pp. 1301 – 1318, Aug. 1968.
- [15] X. Zhu and J.M. Kahn, *Free Space Optical Communication Through Atmospheric Turbulence Channels*, IEEE Trans. on Communications, vol. 50, no. 8, pp. 1293 – 1300, Aug. 2002.
- [16] U.G. Gujar and R.J. Kavanagh, *Generation of Random Signals with Specified Probability Density Functions and Power Density Spectra*, IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 13, no. 6., pp. 716 – 719, Dec. 1968.
- [17] T. S. Rappaport, *Wireless Communications - Principles and Practice*, Upper Saddle River, N. Jersey, Prentice Hall, 1996.
- [18] L.J. Slater, *Confluent Hypergeometric Functions*, Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 1960.
- [19] H.T. Yura and W.G. McKinley, *Optical Scintillation Statistics for IR Ground-to-Space Laser Communication Systems*, Appl. Optics, vol. 22, no. 21, pp. 3353 – 3358, Nov. 1983.
- [20] A. Papoulis *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, 3rd edition, 1991.
- [21] Q. Yao and M. Patzold, *Spatial-temporal characteristics of a half-spheroid model and its corresponding simulation model*, IEEE 59th Vehicular Technology Conference, VTC 2004-Spring, vol. 1, pp. 147 – 151, 17 - 19 May 2004.
- [22] M. Abramowitz and I.A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, Dover, New York, 1970.
- [23] L. J. Deutsch and R. L. Miller, *Burst Statistics of Viterbi Decoding*, JPL Prog. Rep. 42-64, The Telecommunications and Data Acquisition Progress Report, TDA PR 42-64, pp. 187-193, June 1981